

Comprensión lectora y resolución de problemas matemáticos: Construcción y validación de la Prueba COL-TPM

Reading comprehension and mathematical problem solving: Construction and validation of the COL-TPM Test

Verónica Díaz¹, Illia Correa²

¹ Universidad de Los Lagos mvdiaz@ulagos.cl

² Liceo Pablo Neruda iliacb26@gmail.com

Recibido: 21/8/2023

Aceptado: 22/9/2024

Copyright ©

Facultad de CC. de la Educación y Deporte.
Universidad de Vigo



Dirección de contacto:

Verónica Díaz Quezada

Instituto Interuniversitario de

Investigación Educativa IESED-CHILE

Universidad de los Lagos

Av. República 517

Santiago, Chile.

Resumen

En esta investigación se describe el proceso de construcción y análisis psicométricos de la Prueba COL-TPM. Se elabora una prueba de evaluación del aprendizaje de la función cuadrática basándose en tipos de problemas matemáticos rutinarios y no rutinarios, y niveles de comprensión lectora literal, inferencial y crítico, de estudiantes de enseñanza secundaria pertenecientes a distintos establecimientos educativos municipales, cuyas fases previas incluyeron la revisión bibliográfica, la validación aparente, validez de contenido por juicio de expertos, validez de constructo, la construcción de la versión final, aplicación piloto, análisis de los índices de dificultad, discriminación de los problemas y confiabilidad. A partir de los análisis psicométricos, se obtuvo una prueba con resultados positivos en todos los casos, con índices de discriminación y confiabilidad apropiados. Sin embargo, los expertos dieron sus opiniones y/o sugerencias sobre las preguntas de los problemas, y los cambios propuestos fueron modificaciones en la redacción de algunas de las preguntas y la eliminación de otras. La versión final de la prueba que consta de cinco problemas de aplicaciones de la función cuadrática con diez preguntas cada uno, sometida a diferentes fases teóricas y metodológicas, permite aportar certezas sobre su capacidad de evaluar de manera válida y confiable, los niveles de habilidad de comprensión lectora de los estudiantes, cuando se ven enfrentados a la resolución de un tipo de problema matemático verbal, contextualizado a una función matemática específica.

Palabras clave

Comprensión Lectora, Resolución de Problemas, Función Cuadrática, Instrumento de Evaluación, Enseñanza Secundaria

Abstract

This research describes the process of construction and psychometric analysis of the COL-TPM test. A test is developed to evaluate the learning of the quadratic function based on types of routine and non-routine mathematical problems, and levels of literal, inferential and critical reading comprehension of high school students from

different municipal educational establishments, whose previous phases included literature review, apparent validation, content validity by expert judgment, construct validity, construction of the final version, pilot application, analysis of the discrimination indexes of the problems and reliability. From the psychometric analyses, a test with positive results was obtained in all cases, with appropriate difficulty, discrimination and reliability indexes. However, the experts gave their opinions and/or suggestions on modifications to the problems, and the changes proposed were modifications in the wording of some of the questions and the elimination of others. The final version of the test, which consists of five problems of applications of the quadratic function with ten questions each, subjected to different theoretical and methodological phases, provides certainty about its ability to evaluate in a valid and reliable way, the levels of reading comprehension skills of students, when they are confronted with the resolution of a type of verbal mathematical problem, contextualized to a specific mathematical function.

Key Words

Reading Comprehension, Problem Solving, Quadratic Function, Assessment Instrument, Secondary Education

1. INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas matemáticos es una actividad cognitiva compleja que implica una serie de procesos y estrategias. Según Cho et al. (2022) y Hadianto et al. (2021), la resolución de problemas verbales requiere que los estudiantes tengan un pensamiento de alto nivel en lugar de simplemente memorizar hechos o practicar ciertos procedimientos rutinarios. Al respecto, Stephany (2021) reconoce a los problemas verbales como los más difíciles y complejos que los estudiantes encuentran durante su desarrollo matemático y las dificultades más comunes, son las habilidades para la comprensión lectora de los contextos del problema (Taley, 2022).

En diversos estudios internacionales se han encontrado niveles bajos de comprensión lectora en los estudiantes (Pfujo et al., 2022; Avendaño, 2020; Fernández-Velázquez, 2021; Peña, 2019). Independientemente de su definición, la lectura se hace para comprender y este objetivo se divide en comprender expresiones explícitas en un texto (comprensión literal) y configurar el significado a partir de los mensajes implícitos en él, que equivale a hacer una inferencia (Bataanon y Arriola, 2022). Por lo tanto, la comprensión de los enunciados verbales de un problema matemático es esencial (Kurshumlia y Vula, 2019) e incluye comprender el problema dentro de la complejidad lingüística del texto (Siahaan et al., 2022). Tal es la importancia de la relación comprensión lectora y resolución de problemas, que la OECD para la prueba PISA 2018, definió la comprensión lectora como la competencia principal de evaluación (OECD, 2019).

De acuerdo a los resultados de los estudiantes pertenecientes a las instituciones educativas chilenas, el último informe PISA 2018 indica que presentan dificultades principalmente en las áreas de matemática y lenguaje (OECD, 2021). En lenguaje, los resultados concluyen que sólo el 68 % se encuentra en los niveles 1 ó 2, lo cual significa que como mínimo, pueden identificar la idea principal en un texto de extensión moderada, encontrar información basada en criterios explícitos, aunque a veces complejos, y pueden reflexionar sobre el propósito y la forma de los textos cuando se les indique explícitamente que lo hagan. Sólo alrededor del 3% de los estudiantes en Chile obtuvieron

mejores resultados en lectura, lo que significa que alcanzaron el nivel 5 ó 6 en la prueba de lectura PISA. En estos niveles, los estudiantes pueden comprender textos extensos, lidiar con conceptos que son abstractos o contrarios a la intuición y establecer distinciones entre hechos y opiniones, basadas en claves implícitas relacionadas con el contenido o la fuente de la información.

Con respecto a matemáticas, también se han evidenciado en Chile grandes dificultades en la comprensión de la función en general y en la comprensión de la función cuadrática en particular, asociadas con su enseñanza y aprendizaje (Tonui et al., 2022; Bohrer y Tinti, 2021; Dodera et al., 2014). El concepto de función cuadrática es una de las ideas más importantes en las matemáticas escolares y juega un papel clave en el desarrollo de conceptos matemáticos, dado que atraviesa una gama de dominios de contenido matemático, incluidos los de álgebra y geometría, que incluye el modelamiento de situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes son funciones cuadráticas. Según los autores Vieira et al. (2021), Díaz et al. (2020), De Sousa y Vieira (2022) los estudiantes, en general, presentan dificultades en la articulación entre las distintas formas de representación funcionales, con mayor tendencia cuando se realiza entre la representación gráfica y la representación algebraica; además se les dificulta el significado de los distintos coeficientes y su afectación en las distintas propiedades de la función cuadrática (Borke, 2021; Banjo, 2019).

Son diversos los autores que proponen investigaciones para la enseñanza y aprendizaje de la función cuadrática basada en el uso de representaciones, modelos y entornos tecnológicos (Çelik y Güzel, 2019; Escobar, 2018), sin embargo, no se reportan estudios que relacionen la comprensión lectora con este objeto matemático. Estamos convencidos de que existe una relación bidireccional entre la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos, es decir, que la comprensión lectora puede afectar y convertirse en una parte integral de la resolución de problemas, y puede a su vez, verse afectada por el contenido del texto matemático o por la situación problema matemático cuando se lee el texto (Papadopoulos y Kyriakopoulou, 2022), por tanto, es importante contar con instrumentos de evaluación pertinentes y confiables; que hayan sido sometidos a pruebas estadísticas y con un alto rigor científico (Cancino-Santizo et al., 2023). Sin embargo, en la literatura no se dispone de instrumentos validados que midan este tipo de variables y que permitan hacer seguimiento y diagnóstico de su estado y evolución.

La presente investigación colocará en perspectiva la relación de habilidad de comprensión lectora en la resolución de problemas en un objeto matemático específico. En este contexto, se formula como objetivo de este estudio, presentar el diseño, construcción, tipos de validación, análisis de discriminación y confiabilidad de una prueba para evaluar el nivel de comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos verbales contextualizados a la función cuadrática. Su elaboración es relevante en tanto fusiona una tipología de problemas matemáticos y niveles de comprensión lectora.

2. MARCO TEÓRICO

El estudio de los constructos comprensión lectora y resolución de problemas, requiere establecer la base teórica que sustenta este trabajo. Por tanto, de acuerdo a la finalidad de

la investigación, se realiza una revisión de la bibliografía en estos dos ámbitos interrelacionados, los cuales se vinculan al dominio de la función cuadrática.

2.1 Comprensión lectora

La comprensión lectora puede ser definida tomando en cuenta diversos enfoques. Algunos de ellos consideran las habilidades particulares de los lectores y el énfasis en los procesos cognitivos que se desarrollan (Romero-Contreras et al., 2021) y otros son más integrales, al considerar varios elementos para definirla (Bustos et al., 2021; Cairney, 2018).

La OECD (2019) en su definición busca describir la mayor cantidad de elementos considerados a la hora de comprender un texto, es decir, de construir el significado de lo que se está leyendo.

Para efectos de este estudio, operacionalmente, el constructo comprensión lectora se constituye en tres niveles jerarquizados: literal, inferencial y crítico (Cárdenas et al., 2021). Estos niveles, que deben ser desarrollados para alcanzar la comprensión total de un texto, agrupan procesos de pensamiento que se activan durante la interacción del lector con el texto, en los que combinan sus experiencias e ideas previas con las que plantea el texto, y aquel construye conocimiento nuevo. Los tres niveles considerados en el presente estudio, corresponden a los propuestos por Cárdenas et al. (2021) y se presentan a continuación.

2.1.1 Nivel de comprensión literal

Este nivel de comprensión representa el mínimo de participación por parte del lector y corresponde a la comprensión de lo explícito del texto reconociendo la estructura base del texto. Es decir, el lector reconoce las frases y las palabras clave de él, sin ir más allá del mismo. Capta lo que el texto dice sin una intervención muy activa de la estructura cognoscitiva e intelectual del lector.

2.1.2 Nivel de comprensión inferencial

Este nivel se caracteriza por ir más allá de las ideas e información planteadas en el texto, en tanto busca la explicación más ampliamente de él, relacionando las ideas y su experiencia personal, formulando hipótesis y nuevas opiniones. Este nivel va más allá de la comprensión literal, ya que requiere un grado de abstracción, abarcando las deducciones lógicas, las conjeturas que puedan realizarse a partir de ciertos datos que se puedan extraer del texto. La principal meta de este nivel es la elaboración de conclusiones, favoreciendo la relación con otros campos del saber y la integración de nuevos conocimientos en un todo.

2.1.3 Nivel de comprensión crítico

A este nivel se le considera el ideal, ya que la lectura crítica implica que el lector elabore un juicio de valor sobre el texto leído, y exprese su opinión aceptando o rechazándolo, pero con argumentos, comparando las ideas del texto con su propia experiencia o criterios externos. Por otra parte, la lectura crítica tiene un carácter

evaluativo, en el que interviene la formación del lector, su criterio y conocimientos de lo leído. Dichos juicios toman en cuenta cualidades de exactitud, aceptabilidad y probabilidad.

2.2 Resolución de problemas matemáticos

La resolución de problemas en general y de problemas verbales en particular, es un aspecto importante del currículo, y aún más importante si los problemas están contextualizados. Aunque existen varias clasificaciones, creemos que el contexto es un componente fundamental en la estructura de un problema, y ese contexto es la aplicación o conocimiento al que se refiere el problema. Se ha demostrado que el contexto de un problema influye en las estrategias de solución y las tasas de éxito de los estudiantes. Por ello, se optó para el presente estudio, por la clasificación de tipos de problemas matemáticos de los autores Díaz y Poblete (2001) que han venido trabajando en distintas áreas de la matemática y consideran tanto la naturaleza del problema como su contexto de aplicación (Díaz y Poblete, 2017; 2019; Díaz, 2022, 2020).

La literatura ha demostrado que cuando se incrementa el interés de los estudiantes a través de la resolución de problemas en distintos contextos y distinta naturaleza, el profesor logrará en los estudiantes un sentido de pertenencia a las matemáticas, la comprensión y el pensamiento independiente, como lo expresaron Simamora et al (2019). Los tipos de problemas se relacionan con el sentido de pertenencia a las matemáticas en tanto el sujeto puede tener un sentimiento de identidad con los problemas, por ejemplo, problemas realistas que son susceptibles de producirse realmente. Se trata de una simulación de la realidad o de una parte de la realidad. También la resolución de esta tipología de problemas logra la comprensión cuando se cambian los contextos que se atienden y el pensamiento independiente cuando se ve involucrado el estudiante, por ejemplo, en los problemas de contexto real que involucran su actuar o en los no rutinarios en los que no conoce una rutina previa para la resolución.

2.2.1 Tipos de problemas según naturaleza y contexto

Basados en su *naturaleza*, los problemas se definen como Rutinarios y No Rutinarios.

- Los problemas Rutinarios son similares a los resueltos durante los cursos de instrucción; el estudiante sigue una secuencia que implica entender los conceptos y algoritmos para alcanzar soluciones válidas.
- En tanto que un problema será No Rutinario cuando un estudiante no conoce una respuesta ni un procedimiento previamente establecido o rutina, para encontrarla.

Basados en su *contexto*, los problemas se definen como: real, realista, fantasista y puramente matemático.

- Problema de contexto real: Un contexto es real si se produce efectivamente en la realidad y compromete el accionar del alumno en la misma.
- Problema de contexto realista: Un contexto es realista si es susceptible de producirse realmente. Se trata de una simulación de la realidad o de una parte de la realidad.
- Problema de contexto fantasista: Un contexto es fantasista si es fruto de la imaginación y no tiene fundamento en la realidad.

- Problema de contexto puramente matemático: Un contexto es puramente matemático si hace referencia exclusivamente a objetos matemáticos: números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas, etc.

3. METODOLOGÍA

En ese apartado, se presenta el proceso de construcción, validación y aplicación piloto de una prueba para el análisis de la comprensión lectora en la resolución de tipos de problemas matemáticos denominada COL-TPM.

La prueba se ha implementado en estudiantes de Secundaria de establecimientos educativos del sur de Chile, que, de acuerdo al programa de estudios, estaban en conocimiento de la función cuadrática. Sin embargo, puede usarse en su formato actual con cualquier estudiante de Educación Secundaria de habla hispana.

3.1 Construcción de la prueba COL-TPM

Se optó por el diseño de una prueba elaborado ‘ad hoc’, debido a que, en la revisión de investigaciones realizadas sobre el tema, no se encontró un instrumento evaluativo que relacione los constructos comprensión lectora, resolución de problemas matemáticos y función cuadrática.

Se diseñó y elaboró la prueba COL-TPM, cuyas etapas para su construcción incluyeron definir conceptualmente los tipos de problemas y los niveles de comprensión lectora, hacer operativas las definiciones conceptuales a través de indicadores expresados en los problemas elaborados, con preguntas que requerían una respuesta del estudiante. Se estructuró la prueba basada en los tipos de problemas matemáticos de los autores Díaz y Poblete (2001) y en los niveles de comprensión lectora definidos por Cárdenas et al. (2021).

3.2 Validez aparente y de contenido

Una vez elaborada esta primera versión de creación propia, se comenzó el proceso de validación aparente. Esta validación se refiere al grado en que un instrumento refleja un dominio de contenido específico de lo que se mide. Es el grado en que la medida representa el concepto o la variable medida (Hernández et al., 2014). En este caso, se revisaron más de 40 documentos. Para determinar su elección, se realizó una ecuación de búsqueda en Web of Science (wos, scopus y scielo), habiéndose aplicado un protocolo PRISMA con la ecuación de búsqueda relacionada con “comprensión lectora”, “resolución de problemas matemáticos” y “función cuadrática”. Los tipos de estudios analizados fueron revisiones sistemáticas, meta análisis, estudios cualitativos, estudios cuantitativos y estudios mixtos.

Finalizada la validez aparente, se procedió a la validez de contenido mediante el juicio de ocho expertos en el tema (Skjong y Wentworth, 2001). Se solicitó la colaboración de profesionales con experiencia en matemática, en el constructo comprensión lectora y en evaluación de instrumentos de medición. Para ello, se realizaron preguntas sobre la idoneidad de cada ítem. Los criterios de adecuación se relacionaron con la calidad, la coherencia y la pertinencia (Dorantes et al., 2016).

Cada ítem fue respondido por los expertos en una escala tipo Likert de 5 puntos. Los niveles se distribuyeron de la siguiente manera: 1 (No cumple el criterio), 2 (Nivel bajo), 3 (Nivel medio), 4 (Nivel alto) y 5 (Cumple perfectamente el criterio). En cada uno de los ítems se ofreció la posibilidad de establecer comentarios y/o propuestas. El cálculo del índice de concordancia se realizó teniendo en cuenta la frecuencia, representada en forma de porcentaje a partir de las puntuaciones otorgadas por los autores a cada ítem según la escala de Likert establecida (1-5). Los expertos dieron sus opiniones y/o sugerencias sobre modificaciones al instrumento. Los cambios propuestos fueron modificaciones en la redacción de algunas de las preguntas asociadas a los problemas y la eliminación de otras, validando el contenido de la prueba y obteniendo la segunda versión con 5 problemas y 50 preguntas.

4. RESULTADOS

4.1 Aplicación piloto

La aplicación piloto de la Prueba COL-TPM tiene como objetivo valorar distintos aspectos tales como la comprensión y claridad de los problemas, adecuación del tiempo estimado (90 minutos), índice de dificultad y discriminación. Con esta finalidad, se consideró una muestra no probabilística de tres establecimientos educativos municipales (Hernández et al., 2014). Una vez seleccionados, se aplicó la prueba COL-TPM a los estudiantes de seis cursos de matemática –dos por establecimiento– del tercer nivel de Secundaria, previa aceptación del Comité de Ética Científica.

Previamente a la aplicación piloto de la prueba, se informó la naturaleza del estudio, se señaló que no había respuestas correctas o incorrectas y se explicó la forma de responder, enfatizando que la prueba era anónima y que se requería del consentimiento expreso para participar. La aplicación fue auto administrada individualmente a través de una plataforma online. Los criterios para la selección fueron los siguientes: a) cursar tercer año de enseñanza secundaria y b) participar voluntariamente del estudio. De este modo la muestra quedó constituida por 112 estudiantes de una región del sur de Chile. Este grupo estuvo conformado por cincuenta y cuatro hombres y cincuenta y ocho mujeres, con una edad promedio de 17 años.

La Prueba COL-TPM aplicada consta de cinco problemas de función cuadrática (realista, puramente matemático, fantasista, no rutinario). Las opciones de respuesta a cada tipo de problema se redactaron a su vez con diez preguntas, de las cuales nueve de ellas se respondían con 4 opciones de respuesta de selección múltiple y la décima con respuesta abierta.

Las primeras cuatro preguntas de cada uno de los cinco problemas, llevó implícito el primer nivel literal de comprensión lectora, en cuanto el estudiante tuvo la posibilidad de identificar la incógnita del problema, los datos del problema, las condiciones para resolver el problema y determinar las operaciones para su resolución.

Las preguntas cinco, seis y siete de cada uno de los cinco problemas, corresponden al segundo nivel inferencial de comprensión lectora, a través de la correcta determinación por parte del estudiante, del orden de las operaciones del problema, del establecimiento del número de datos involucrado en el problema, de la determinación de la solución y comprobación del problema.

7. ¿Qué puedes decir del número de datos para resolver el problema?
 - a) Sobran datos
 - b) Faltan Datos
 - c) Datos exactos
 - d) No interesa la cantidad de datos
8. ¿Qué puedes concluir respecto a la gráfica de la función dada?
 - a) Tiene dos intersecciones positivas con el eje x cuya diferencia es -2,2 segundos aprox.
 - b) La diferencia entre las intersecciones con el eje x es de 20 segundos aprox.
 - c) Tiene dos intersecciones negativas con el eje x cuya diferencia es 22,2 segundos aprox.
 - d) No tiene intersecciones con el eje x
9. A tu juicio, ¿siempre será posible pasar cualquier función cuadrática polinómica a su forma canónica? ¿por qué?
 - a) Sólo cuando la función cuadrática tenga raíces reales
 - b) Sólo en algunos casos porque es necesario aplicar el método de completación de cuadrados.
 - c) Siempre será posible debido a que existe un vértice en la función cuadrática
 - d) Siempre será posible pasar una función de la forma factorizada a la forma canónica, pero no siempre de la forma canónica a la forma factorizada
10. En tu opinión: ¿Qué elementos aporta el gráfico de la función para la resolución del problema de los fuegos artificiales?.....

4.2 Análisis de la dificultad y discriminación

Se analizaron las propiedades cuantitativas de la Prueba COL-TPM desde la perspectiva de dos variables: dificultad y discriminación. El índice de dificultad (ID), definido como la razón entre el número de aciertos y el número de respuestas (Backhoff et al, 2000) en los problemas, se presenta en la Tabla 1. Cabe hacer notar que cuanto mayor sea esta proporción, menor será su dificultad. Lo que quiere decir que se trata de una relación inversa: a mayor dificultad del ítem, menor será su índice.

Problema	P1	P2	P3	P4	P5
ID (%)	0,81	0,33	0,45	0,90	0,61

Tabla 1. Índice de dificultad de los tipos de problemas. Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 1, en promedio la prueba presentó una dificultad de un 0,62 considerado dentro del nivel medio de dificultad, los cuales deben oscilar entre 0,5 y 0,6 (Backhoff et al., 2000). Los problemas de mayor dificultad fueron el P2 y P5 ambos no rutinarios y P3 rutinario de contexto fantasista.

Respecto al índice de discriminación, un ítem tiene poder de discriminación si es capaz de distinguir entre aquellos sujetos que puntúan alto en la prueba y los que puntúan bajo, es decir, si discriminan entre los que poseen un nivel alto en el rango medido y los que poseen un nivel bajo (García et al., 2012).

Item	Tipo de problema	% de no respuesta	Media	Desv. Típica	Asimetría	Curtosis
1	Realista	1,4	3,3	1,06	-0,25	-0,37
2	No rutinario	3,9	2	1,03	-0,72	-0,19
3	Fantasista	1,8	3,7	1,15	-0,63	-0,36
4	Puramente matemático	0,9	3	1,01	-0,16	-0,4
5	No rutinario	1,6	1,6	0,93	-1,76	2,76

Tabla 2. Índice de discriminación de los tipos de problemas. Elaboración propia

Como se observa en la Tabla 2, ningún problema concentra más del 3,9% de no respuestas. En relación con los promedios obtenidos, la mayoría de los problemas tiene un valor intermedio y, junto con ello, las desviaciones típicas son lo suficientemente altas como para afirmar que la mayoría de las preguntas discrimina entre los distintos sujetos. Por otro lado, analizada la curtosis y la asimetría, la gran mayoría de los problemas posee una distribución mesocúrtica y simétrica (los coeficientes están entre -0,5 y 0,5), dando cuenta de asimetrías o curtosis moderadas, mostrando que las respuestas a los tipos de problemas no se distribuyen concentradamente.

4.3 Validez de constructo

Para la validez de constructo basado en el modelo teórico subyacente de comprensión lectora en la resolución de problemas matemáticos, se diseñaron los factores concebidos como variables latentes y sus respectivas variables observadas, utilizando el programa de estimación AMOS versión 19.0. Para la estimación de los parámetros se utilizó el método de máxima verosimilitud. En todos los casos, para evaluar la bondad de ajuste del modelo correspondiente, se calculó la prueba chi cuadrado (χ^2) que indica la probabilidad de que la divergencia entre la matriz de varianzas-covarianzas muestrales y la generada a partir del modelo hipotético se deba al azar. Debido a que (χ^2) es muy sensible a las variaciones del tamaño de la muestra, se emplearon medidas adicionales de la bondad de ajuste del modelo (Khine, 2013).

Una vez que se ha estimado un modelo es necesario evaluar su calidad. Para ello se utilizaron los estadísticos de bondad de ajuste (Tabla 3). Cabe hacer notar que existen tres tipos de estadísticos de bondad de ajuste: los de ajuste absoluto (valoran los residuos), los de ajuste relativo (comparan el ajuste respecto a otro modelo de peor ajuste) y los de ajuste parsimonioso (valoran el ajuste respecto al número de parámetros utilizados). Ninguno de ellos aporta toda la información necesaria para valorar el modelo y habitualmente se utiliza un conjunto de ellos del que se informa simultáneamente (Schreiber et al., 2010).

Estadísticos de bondad de ajuste	Abreviatura	Criterios
Ajuste absoluto		$p > ,05$
Chi-cuadrado	χ^2	< 3
Razón Chi-cuadrado / grados de libertad	$\chi^2 / g. l.$	$\geq ,90$
Ajuste comparativo		
Índice de bondad de ajuste comparativo	CFI	$\geq ,90$
Índice de Tucker-Lewis	TLI	$\geq ,90$
Índice de bondad de ajuste	GFI	$\geq ,90$
Índice de bondad de ajuste corregido	AGFI	$\geq ,95$
Raíz cuadrada de la media de residuos estandarizados	RMR	Próximo a cero
Raíz del residuo cuadrático promedio de aproximación	RMSEA	$< ,08$

Tabla 3. Estadístico de bondad de ajuste y criterios de referencia. Elaboración propia

4.4 Estimación de la confiabilidad

La confiabilidad se analizó a través del alfa de Cronbach. Se consideraron como valores aceptables de alfa los mayores o iguales a 0,7 (Davenport et al., 2015; Yulianto y

Yudhistira, 2021). Como parte del análisis factorial confirmatorio se verificó la adecuación de la matriz de correlaciones para asegurarse de su posible factorización utilizando la prueba de Kaiser- Meyer-Olkin (KMO) y el test de esfericidad de Bartlett (Ayuni y Sari, 2018), empleando el SPSS versión 20.0. La confiabilidad de la prueba de matemática presentó un alfa ordinal de 0,81, lo que da cuenta de una adecuada consistencia interna.

5. CONCLUSIONES

En este artículo se reporta el proceso de diseño, construcción y análisis psicométrico de la Prueba COL-TPM que evalúa los niveles de habilidad de comprensión lectora en la resolución de tipos de problemas matemáticos contextualizados a la función cuadrática.

En el proceso de diseño, construcción y validación de la versión inicial de la Prueba COL-TPM, conformada por cinco problemas con diez preguntas cada uno, destaca la valoración de los expertos respecto a los tipos de problemas rutinarios y no rutinarios formulados, aun cuando algunas de las preguntas asociadas a ellos, requirieron modificaciones; también destacan los análisis psicométricos de la aplicación piloto, cuyos resultados satisfactorios han demostrado que la Prueba COL-TPM es un instrumento altamente fiable y válido cuando se aplica a estudiantes de enseñanza secundaria chilenos y que puede replicarse a otros contextos de habla hispana, demostrando así la estabilidad temporal del instrumento para ser aplicado en su versión final.

Esto representa un aporte significativo a la literatura existente, ya que previamente no se había validado una prueba de Educación Secundaria que midiera la comprensión lectora en la resolución de problemas verbales de aplicaciones de la función cuadrática. Por lo tanto, por la importancia del tema tratado, puede ser una herramienta útil, dado que la lectura en matemáticas requiere que se logre la correcta comprensión matemática de las palabras para desarrollar y comprender las soluciones de los problemas. Los estudiantes deben comprender el problema verbal para poder resolverlo, no solo para leerlo.

Las modificaciones propuestas por los especialistas, en conjunto con las derivadas de la aplicación a los estudiantes del estudio piloto, permitieron la elaboración de la versión final de la prueba, que será aplicada en una futura etapa de investigación a una muestra definitiva.

BIBLIOGRAFÍA

- Avendaño, Y. (2020). Influencia de las estrategias de lectura de Isabel Solé en la comprensión lectora de los educandos de quinto grado de primaria. *Revista Chakiñán*, 12, 95-105. <https://doi.org/10.37135/chk.002.12.06>
- Ayuni, N. y Sari, I. (2018). Analysis of factors that influencing the interest of Bali State Polytechnic's students in entrepreneurship. *Journal of Physics: Conference Series*, 953, 012071. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/953/1/012071>
- Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA). *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2(1), 1-16.
- Banjo, B.O. (2019). *An exploration into teachers' pedagogical content knowledge (PCK) for teaching quadratic function in grade 10* (Thesis Master). University of South Africa, Pretoria.

- Bataanon, M.J. y Arriola, E. (2022). An integrative reading comprehension approach and mathematical problem-solving approach to enhance students' performance of grade 7. *International Journal of Research Publications*, 105(1), 510-523.
<https://doi.org/10.47119/IJRP1001051720223621>
- Bohrer, A. y Tinti, D. da S. (2021). Mapping of studies on the quadratic function in contexts of mathematics teaching and/or learning. *Educação Matemática Pesquisa*, 23(1), 201-230. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2021v23i1p201-230>
- Borke, M. (2021). Student teachers' knowledge of students' difficulties with the concept of function. *LUMAT. International Journal on Mathematics, Science and Technology Education*, 9(1), 670-695. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.9.1.1661>
- Bustos, A., Montenegro, C. y Batista, A. (2021). Uso de la regulación oral del profesor como estrategia de ayuda a la comprensión lectora. Un estudio experimental en 3.º de primaria de escuelas chilenas. *Investigaciones sobre Lectura*, 15, 64-94.
<https://doi.org/10.24310/isl.vi15.12562>
- Cairney, T. (2018). *Enseñanza de la comprensión lectora*. Morata.
- Cancino-Santizo, J.P., Vázquez A. y Chávez Herting, D. (2023). Escala de estimación socioformativa (EES): validez de contenido y constructo para valorar ensayos académicos en Educación Normal. *Revista Fuentes*, 25(1), 1-11.
<https://doi.org/10.12795/revistafuentes.2023.21776>
- Cárdenas, L.M., Salazar, W. y Cárdenas, L. (2021). *La comprensión lectora en el contexto de las Ciencias Sociales*. Editorial Universidad del Atlántico.
- Çelik, A.Ö. y Güzel, E. (2019). An instructional sequence triggering students' quantitative reasoning during learning of quadratic functions. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(1), 157-194.
<https://doi.org/10.17762/turcomat.v10i1.199>
- Cho, E., Mancilla-Martinez, J., Hwang, J.K., Fuchs, S., Seethaler, P. y Fuchs, D. (2022). Comorbidity in reading comprehension and word-problem solving difficulties: Exploring shared risk factors and their impact on language minority learners. *Journal of Learning Disabilities*, 55(6), 513-527.
<https://doi.org/10.1177/00222194211068355>
- Davenport, E.C., Davison, M.L., Liou, P.Y. y Love, Q.U. (2015). Reliability, dimensionality, and internal consistency as defined by Cronbach: Distinct albeit related concepts. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 24(4), 4-9.
<https://doi.org/10.1111/emip.12095>
- De Sousa, R. y Vieira, F.R. (2022). Quadratic functions and phet: An investigation from the perspective of the theory of figural concepts. *Contemporary Mathematics and Science Education*, 3(1), ep22010. <https://doi.org/10.30935/conmaths/11929>
- Díaz, V. (2020). Difficulties and performance in mathematics competences: solving problems with derivatives. *International Journal of Engineering Pedagogy IJEP*, 10(4), 35-53. <http://doi.org/10.3991/ijep.v10i4.12473>
- Díaz, V. (2022). Ability of engineering undergraduates to solve real function limit problems. *Ingeniare: Revista Chilena de Ingeniería*, 30(4), 733-744.
<http://dx.doi.org/10.4067/S0718-33052022000400733>
- Díaz, V., Aravena, M. y Flores, G. (2020). Solving problem types contextualized to the quadratic function and error analysis: A case study. *EURASIA Journal of Mathematics, Sciences and Technology Education*, 16(11), em1896.
<http://doi.org/10.29333/ejmste/8547>
- Díaz, V. y Poblete, A. (2001). Categorizando tipos de problemas en álgebra. *UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 27, 93-103.
- Díaz, V. y Poblete, A. (2017). A model of professional competences in mathematics and didactic knowledge of teachers. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology IJMES*, 48(5), 702-714.
<http://doi.org/10.1080/0020739X.2016.1267808>

- Díaz, V. y Poblete, A. (2019). Competencias matemáticas: Desempeño y errores en la resolución de problemas de límites. *Paradigma*, 40, 358-383. <http://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2019.p358-383.id733>
- Dodera, G., Bender, G., Burroni, E. y Lázaro, M. (2014). Errores, actitud y desempeño matemático del ingresante universitario. *Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 10(38), 69-84.
- Dorantes, A., Hernández, J. y Tobón, S. (2016). Juicio de expertos para la validación de un instrumento de medición del síndrome de burnout en la docencia. *Ra Ximhai*, 12(6), 327-346. <http://doi.org/10.35197/rx.12.01.e3.2016.22.jd>
- Escobar, G. (2018). Las actividades cognitivas de tratamiento y conversión en la resolución de problemas sobre función cuadrática. *Revista de Investigaciones UCM*, 18(31), 21-33. <https://doi.org/10.22383/ri.v18i31.108>
- Fernández-Velázquez, A. (2021). El desarrollo de los niveles de comprensión lectora en un grupo de sexto grado de primaria. *Revista Electrónica Educativa*, 1(1), 62-76.
- García, M., González, I. y Mérida, R. (2012). Validación del cuestionario de evaluación ACOES. Análisis del trabajo cooperativo en educación superior. *Revista de Investigación Educativa*, 30(1), 87-109. <https://doi.org/10.6018/rie.30.1.114091>
- Hadianto, D., Damaianti, V., Mulysti, Y. y Sastrumiharjo, A. (2021). Does reading comprehension competence determine level of solving mathematical word problems competence? *Journal of Physics Conference Series*, 1.806(1), 012049. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1806/1/012049>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2014). *Metodología de la investigación*. McGraw-Hill.
- Khine, M.S. (2013). *Structural equation modeling in educational research. Concepts and applications*. Sense Publishers.
- Kurshumlia, R. y Vula, E. (2019). The impact of reading comprehension on mathematics word problem solving. *Education and New Developments*, 331-335. <https://doi.org/10.36315/2019v2end076>
- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2019). *Programme for International Student Assessment (PISA) results from PISA 2018*. OECD Publishing.
- Organization for Economic Co-operation and Development (OECD) (2021). *PISA 2021. Mathematics Framework (Draft)*. OECD Publishing.
- Papadopoulos, I. y Kyriakopoulou P. (2022). Reading mathematical texts as a problem-solving activity: the case of the principle of mathematical induction. *CEPS Journal*, 12(1), 35-53. <https://doi.org/10.26529/cepsj.881>
- Peña, S. (2019). El desafío de la comprensión lectora en la educación primaria. *Revista Panorama*, 13(24), 43-56. <https://doi.org/10.15765/pnrm.v13i24.1205>
- Pfuyo, R., Rodriguez, R., Urrutia, E. y Osis, M. (2022). Application of inferential reading comprehension for the achievement of mathematical problem-solving skills using Pólya's method in EPIME-UNTELS students. *South Florida Journal of Development*, 3(1), 894-905. <https://doi.org/10.46932/sfjdv3n1-068>
- Romero-Contreras, S., Silva-Maceda, G. y Snow, C. (2021). Vocabulario académico y habilidades de lenguaje académico: predictores de la comprensión lectora de estudiantes de primaria y secundaria en México. *Pensamiento Educativo*, 58(2), 1-16. <https://doi.org/10.7764/PEL.58.2.2021.4>
- Schreiber, J., Nora, A., Stage, F., Barlow, E. y King, J. (2010). Reporting structural equation modeling and confirmatory factor analysis results: A review. *The Journal of Educational Research*, 99(6), 323-338. <https://doi.org/10.3200/JOER.99.6.323-338>
- Siahaan, D., Simatupang, F., Sianipar, T. y Damanik, T. (2022). An analysis of students' difficulties in reading comprehension at Sma Negeri 4 Pematangsiantar. *Review of Multidisciplinary Education, Culture and Pedagogy*, 1(2), 75-80.

<https://doi.org/10.31004/jele.v7i2.276>

- Simamora, R., Saragih, S., y Siregar, H. (2019). Improving students' mathematical problem solving ability and self-efficacy through guided discovery learning in local culture context, *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 4(1), 61-72. <https://doi.org/10.12973/iejme/3966>
- Skjong, R. y Wentworth, B. (2001). Expert judgement and risk perception. En I. Langen, T. Yao, J. Koo, R. Knapp y J. Chung (Eds.). *The proceedings of the eleventh the International Offshore and Polar Engineering Conference* (pp.537-544). International Society of Offshore and Polar Engineers.
- Stephany, S. (2021). The influence of reading comprehension on solving mathematical word problems: A situation model approach. En A. Fritz, E. Gürsoy y M. Herzog (Eds.). *Diversity dimensions in mathematics and language learning* (pp.370-395). De Gruyter.
- Taley, B.I. (2022). Teacher and student views of mathematics word problem-solving task at senior high school level. *Journal of Mathematics and Science Education*, 3(2), 39-49.
- Tonui, G.K., Ayiro, L. y Ongeti, K. (2022). Learner difficulties in solving word and graphical problems in quadratic equations. *International Journal of Recent Research in Physics and Chemical Sciences*, 8(2), 13-25.
- Vieira, R., Alves, F. y Catarino, P. (2021). O ensino da função quadrática por meio do PheT colorado e da engenharia didática. *Revista de Educação Matemática*, 18, 1-19. <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id522>
- Yulianto, W. D. y Yudhistira, D. (2021). Content validity of circuit training program and its effects on the aerobic endurance of wheelchair tennis athletes. *International Journal of Kinesiology and Sports Science*, 9(3), 60-65. <https://doi.org/10.7575/aiac.ijkss.v.9n.3p60>